

PREŠOVSKÝ KRAJ

Meno Priezvisko: <i>Jarub Kovalik</i>		Kategória: A	
Škola: <i>GJAR</i>	Úloha č.: <i>1</i>	Počet strán: <i>2</i>	
Trieda: <i>6.0A</i>	Hodnotenie:		

Predpokladáme, že vhodné vyplnenie tabuľky podľa zadania existuje. Súčet čísel v každom riadku a stĺpci je najmenej $49 = 6 \cdot 8$ a najviac $56 = 7 \cdot 8$. Z všetkých možných súčtov pre riadok a stĺpec sú iba čísla 49 a 56 deliteľné siedmimi a čísla deliteľné piatimi sú 50 a 55 .

Označíme A ako počet stĺpcov so súčtom $49 = 6 \cdot 7 + 7 \cdot 1$
 B ako počet stĺpcov so súčtom $56 = 7 \cdot 8$
 C ako počet riadkov so súčtom $50 = 6 \cdot 6 + 7 \cdot 2$
 D ako počet riadkov so súčtom $55 = 6 \cdot 1 + 7 \cdot 7$

Platí $8 = A + B$ (1) a $8 = C + D$ (2) a $A, B, C, D \in \{1, 2, \dots, 8\}$

Keďže súčet všetkých čísel tabuľky po riadkoch bude $C \cdot 50 + D \cdot 55$ a súčet všetkých čísel tabuľky po stĺkoch bude $A \cdot 49 + B \cdot 56$. Ak existuje tabuľka vyhovujúca

zadaniu musí platiť:

$$A \cdot 49 + B \cdot 56 = C \cdot 50 + D \cdot 55$$

Z (1) máme $A = 8 - B$ a z (2) máme $C = 8 - D$.

PREŠOVSKÝ KRAJ	
Meno Priezvisko: <i>Jarub Kováčik</i>	Kategória: A
Škola: <i>GJAR</i>	Úloha č.: <i>1</i> Počet strán: <i>2</i>
Trieda: <i>6.0A</i>	Hodnotenie:

Dosadíme

$$A \cdot 49 + (4-A) \cdot 56 = C \cdot 50 + (4-C) \cdot 55$$

$$4A + 448 - A \cdot 56 = C \cdot 50 + 440 - C \cdot 55$$

$$4 - A \cdot 7 = -C \cdot 5$$

$$4 = A \cdot 7 - C \cdot 5$$

Užijme, že $A; B; C; D \in \{1; 2; \dots; 8\}$ keď jediné riešenie je $A=4; C=4$ potom $B=4; D=4$. Teda v tabuľke zodpovedajúcej zadaniu budú 4 riadky so súčtom 50, 4 riadky so súčtom 55, 4 stĺpce so súčtom 49 a 4 stĺpce so súčtom 56. Užijme, že 4 stĺpce majú súčet 56 čo znamená, že celý stĺpec je vyplnený sedmičkami potom v každom riadku budú aspoň 4 sedmičky čo znamená, že súčet čísel v žiadnom riadku nemôže byť $50 = 6 \cdot 6 + 7 \cdot 2$, čo je spor s tým že v 4 riadkoch bude súčet čísel 50.

Teda, nie je možné vyplniť tabuľku $8 \cdot 8$ číslami a sedmičkami, keď aby vyhovovala podmienkam zo zadania.

48

56

50

55

6.6 + 2.7

A ... 49

B ... 56

C ... 50

D ... 55

$$A + B = 8$$

$$B = 8 - A$$

$$C + D = 8$$

$$C = 8 - D$$

$$D = 8 - C$$

$$A \cdot 49 + B \cdot 56 = C \cdot 50 + D \cdot 55$$

$$A \cdot 49 + (8 - A) \cdot 56 = C \cdot 50 + (8 - C) \cdot 55$$

$$49A + 448 - 56A = 50C + 440 - 55C$$

$$448 - 7A = 440 - 5C$$

$$8 - 7A = -5C$$

$$8 = 7A - 5C$$

$$A = 4 \quad C = 4$$